

MODELOWANIE KINETYKI KIEŁKOWANIA NASION POMIDORA Z WYKORZYSTANIEM RÓWNIANIA GOMPERTA

Siemowit Muszyński¹, Izabela Świetlicka¹, Michał Świetlicki²,
Bożena Gładyszewska¹

¹Katedra Fizyki, Wydział Inżynierii Produkcji, Uniwersytet Przyrodniczy
w Lublinie

²Katedra Fizyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska

Streszczenie. Celem pracy była ocena możliwości zastosowania równania Gomperta do opisu procesu kiełkowania pomidora zwyczajnego (*Lycopersicon esculentum* cv. Pro-myk). Testy kiełkowania przeprowadzono w pięciu temperaturach (15°C, 20°C, 25°C, 30°C i 35°C) w warunkach laboratoryjnych. We wszystkich przypadkach uzyskano bardzo dobre dopasowanie modelowego równania do danych doświadczalnych, przy czym najgorsze dopasowanie ($R^2 = 0,997$) uzyskano dla nasion kiełkujących w temperaturze 35°C, a w pozostałych przypadkach współczynnik determinacji wynosił $R^2 = 0,999$. Analiza parametrów równania Gomperta pozwoliła na wnikliwą ocenę przebiegu kinetyki kiełkowania nasion.

Słowa kluczowe: kiełkowanie nasion, pomidor, temperatura, modelowanie matematyczne, równanie Gomperta

WSTĘP

Kiełkujące nasiona charakteryzują się dużą wrażliwością na warunki termiczne i hydrologiczne, jak również w sposób wyraźny i natychmiastowy reagują na wszelkie zewnętrzne czynniki fizyczne. Zdolność kiełkowania nasion w warunkach klimatycznych Polski w wielu wypadkach nie osiąga poziomu określonego przez normy jakościowe, a dojrzewanie nasion w niekorzystnych warunkach może być jedną z przyczyn ich obniżonej wartości. Zdolność przewidywania czasu pojawienia się siewek staje się

Autor do korespondencji – Corresponding author: Siemowit Muszyński, Katedra Fizyki, Wydział Inżynierii Produkcji, Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie, ul. Akademicka 13, 20-950 Lublin, e-mail: siemowit.muszynski@up.lublin.pl

więc niezbędnym elementem zintegrowanego systemu zarządzania produkcją upraw. Zagadnieniu temu poświęca się od dłuższego czasu coraz więcej uwagi przy aktywnym wsparciu specjalistów z innych dziedzin nauki [Hageseth i Joyner 1975, Hsu i in. 1984, Shafii i in. 1991, Shafii i Price 2001, O'Neill i in. 2004, Odabas i Mut 2007, Tjørve i Tjørve 2010]. Ponieważ okres kiełkowania oraz wzrostu siewek charakteryzuje się najwyższym współczynnikiem śmiertelności [Fellner i Sawhney 2001], optymalizacja mechanizmów kontrolujących czas rozpoczęcia kiełkowania i jego przebieg może zapewnić siewkom większe szanse przetrwania oraz istotnie wpłynąć na końcową jakość plonów i ich wartość rynkową [Benjamin 1982, Finch-Savage i Phelps 1993, Mesgaran i in. 2013].

Szybkie i homogeniczne kiełkowanie dostarcza korzyści zarówno ekonomicznych, jak i środowiskowych w rolnictwie czy ogrodnictwie, ponieważ pozwala zwiększyć stopień automatyzacji produkcji, kontrolować rozwój chwastów oraz zredukować czynniki chorobotwórcze. Ułatwia także wprowadzanie i optymalizację nowych technologii precyzyjnej uprawy i produkcji roślinnej. Również rosnąca konkurencja na rynku nasienniczym wymusza na producentach zwracanie szczególnej uwagi na jakość oferowanych produktów roślinnych, a tym samym określenie jasnych kryteriów przyjmowanych podczas kontroli jakości. Przeprowadzanie testów kiełkowania oraz podawanie pewnych parametrów i wskaźników kiełkowania oferowanych nasion staje się coraz częstszą praktyką produkcyjną oraz marketingową. Zmiany w jakości nasion wpływają istotnie na czasy potrzebne na pojawienie się korzenia zarodkowego oraz uformowanie się siewki. Jakość nasion charakteryzowana jest poprzez szereg czynników, takich jak zdolność kiełkowania, jakość genetyczna i mechaniczna (w tym nieobecność zanieczyszczeń w postaci innych nasion), jednolite kiełkowanie w krótkim odstępie czasu oraz nieobecność patogenów i grzybów. Innym parametrem charakteryzującym jakość materiału siewnego jest wigor nasion. Definiuje się go jako te cechy nasion, które określają jego zdolność do szybkiego i jednorodnego początkowego wzrostu w szerokim zakresie panujących warunków środowiskowych [van de Venter, 2001].

Modelowanie kinetyki kiełkowania nasion jest tematem licznych prac eksperymentalnych i teoretycznych. Mimo że kiełkowanie jest ciągłym procesem przemian szeregu biologicznych aktywności w nasionach, w większości modeli rozpatrywane jest ono od strony czysto praktycznej, bez analizy fizjologicznych procesów zachodzących w nasieniu – za kiełkowanie przyjmuje się prosty fakt wizualnej rejestracji przebiccia się korzenia zarodkowego przez zewnętrzne warstwy okrywy nasiennej. Matematyczne modele kiełkowania traktowane są więc głównie jako modele opisowe, dające tylko ogólny obraz o podstawowych właściwościach dynamiki procesu [Ranal i de Santana 2006].

W 1988 r. Berry i współpracownicy analizowali możliwość opisu krzywej kiełkowania za pomocą uogólnionej postaci funkcji Richardsa [Berry i in. 1988]. Z funkcji tej, przy odpowiednim doborze wartości poszczególnych parametrów równania, można otrzymać większość funkcji sigmoidalnych – logistyczną, autokatalityczną, funkcję Gompertza, funkcję monomolekularną oraz dystrybuanty rozkładu normalnego i rozkładu gamma. Otrzymane wyniki pokazały, że dla krzywych kiełkowania większości przebadanych nasion roślin uprawnych wartość parametru określającego kształt krzywej dążyła do wartości przypisanej funkcji Gompertza i równocześnie różniła się w największym stopniu od wartości odpowiadającej funkcji logistycznej.

Oryginalne równanie Gompertza [Windsor 1932] dane jest w postaci:

$$L = kg^{c^n}, \quad (1)$$

gdzie k , g , c i n są pewnymi stałymi. Równanie to przedstawiane jest obecnie w postaci, w której stałe g i c równe są liczbie Eulera e , a stała n jest liniową funkcją pewnej zmiennej. Niech do modelowania krzywej kiełkowania stosowana będzie funkcja Gompertza w postaci:

$$y(t) = y_m \exp \left[-e^{\left(\frac{t_p - t}{b} \right)} \right], \quad (2)$$

gdzie t_p oznacza czas przeięcia krzywej [h], b – parametr kształtu krzywej [h]. Funkcja ta posiada asymptoty w punktach $y = 0$ oraz $y = y_m$ oznaczającą końcową zdolność kiełkowania [%]. Pierwsza pochodna funkcji, określająca tempo kiełkowania, dana jest wzorem:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{b} y e^{\frac{t_p - t}{b}}, \quad (3)$$

zaś druga pochodna równania (2) ma wartość:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{b^2} y e^{\frac{t_p - t}{b}} \left[e^{\frac{t_p - t}{b}} - 1 \right]. \quad (4)$$

Miejsce zerowe równania (4) wyznacza punkt przeięcia krzywej (2). Wartość funkcji w punkcie przeięcia jest równa:

$$y_p = \frac{y_m}{e}, \quad (5)$$

czyli gdy wykiełkuje 37% wszystkich nasion posiadających zdolność kiełkowania. Względne tempo kiełkowania wyrażone w funkcji czasu ma postać:

$$\frac{dy}{dt} \frac{1}{y} = \frac{1}{b} e^{\frac{t_p - t}{b}}, \quad (6)$$

zaś wyrażone w funkcji liczby kiełków *per capita*:

$$\frac{dy}{dt} \frac{1}{y} = \frac{1}{b} (\ln y_m - \ln y) = \frac{1}{b} \ln \left(\frac{y_m}{y} \right). \quad (7)$$

Względne tempo kiełkowania w punkcie przegięcia ma wartość:

$$\frac{dy_p}{dt} \frac{1}{y_p} = \frac{1}{b}. \quad (8)$$

Odwrotność parametru kształtu krzywej Gomperta b określa zatem względne tempo kiełkowania w punkcie przegięcia krzywej. Wartość ta, oznaczana jako k , jest równa maksymalnemu tempu kiełkowania, jaką osiąga modelowana populacja nasion:

$$k = \frac{y_m}{b \cdot e} \quad (8)$$

Celem prezentowanej pracy było wykorzystanie matematycznego modelu opartego na równaniu Gomperta do opisu procesu kiełkowania nasion pomidora.

MATERIAŁY I METODY

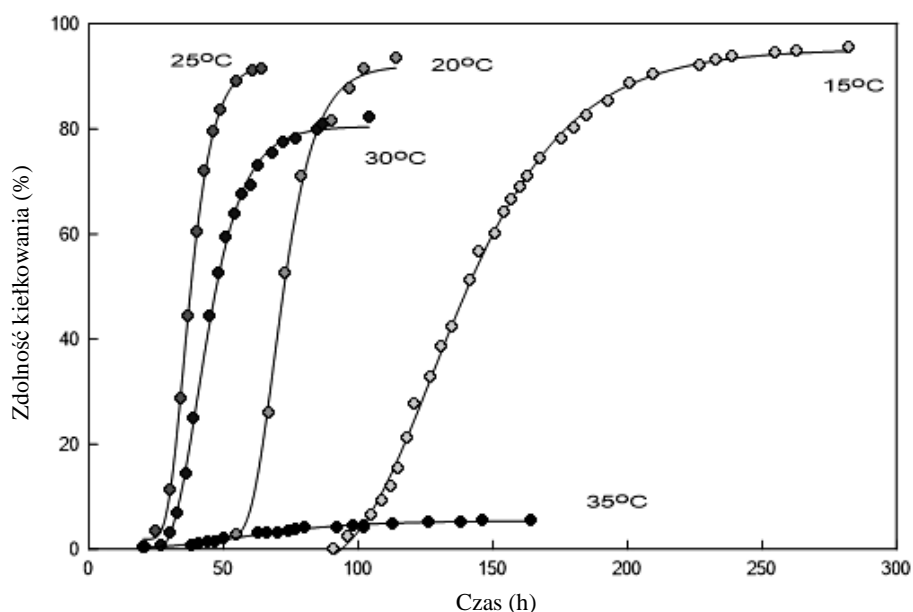
Dane uzyskane podczas testów kiełkowania pomidora zwyczajnego (*Lycopersicon esculentum* cv. Promyk) pochodzą z pracy [Gładyszewska 1998]. Testy kiełkowania nasion pomidora przeprowadzono na płytkach w siedmiu powtórzeniach po 100 nasion. Temperatury kiełkowania wynosiły 15°C, 20°C, 25°C, 30°C i 35°C. Płytki umieszczone były w komorze termicznej zapewniającej warunki izotermiczne ($\pm 1^\circ\text{C}$). Przed wysianiem nasion płytki Petriego wraz z bibułami zostały wysterylizowane w temperaturze 150°C w czasie 30 min. Nasiona umieszczano na ostudzonych płytkach, gdy te osiągnęły już temperaturę pokojową ($20 \pm 3^\circ\text{C}$). Nasiona kiełkowały bez dostępu światła, a zliczeń dokonywano w odstępach kilkugodzinnych. Za wykiełkowane przyjmowano nasienie, które uformowało korzeń zarodkowy o długości co najmniej 2 mm. W trakcie eksperymentu utrzymywano stałą wilgotność bibuły przez równomierne dozowanie wody destylowanej do wszystkich płytek.

Równania rozpatrywanych modeli rozwiązane zostały w sposób analityczny, a otrzymane funkcje dopasowane zostały numerycznie przy użyciu programu TableCurve2D 5.01 (SYSTAT Software), w których do minimalizacji funkcji błędu kwadratowego χ^2 stosowano algorytm Levenberga-Marquardta. Jako miarę dokładności dopasowania krzywych teoretycznych do danych empirycznych przyjęto współczynnik determinacji nieliniowej R^2 .

WYNIKI BADAŃ I ICH ANALIZA

Analizując kształt krzywych przedstawiających zależności liczby wykiełkowanych nasion w funkcji czasu, można stwierdzić, że w temperaturach, z wyjątkiem najwyższej temperatury 35°C, nasiona kiełkowały w podobny sposób (rys. 1). Krzywe kiełkowania są typowymi krzywymi sigmoidalnymi, zatem uzasadnione stało się aproksymowanie ich równaniem Gomperta. We wszystkich przypadkach uzyskano bardzo dobre dopa-

sowanie modelowego równania do danych doświadczalnych, o czym świadczy wysoka wartość współczynnika determinacji, przy czym najgorsze dopasowanie ($R^2 = 0,997$) spośród badanych uzyskano dla nasion kiełkujących w temperaturze 35°C.



Rys. 1. Dopasowanie krzywej Gompertza do danych zebranych podczas testów kiełkowania nasion pomidora kiełkujących w różnych temperaturach

Fig. 1. Gompertz equation fit to the data collected during the germination tests of tomato seeds at different temperatures

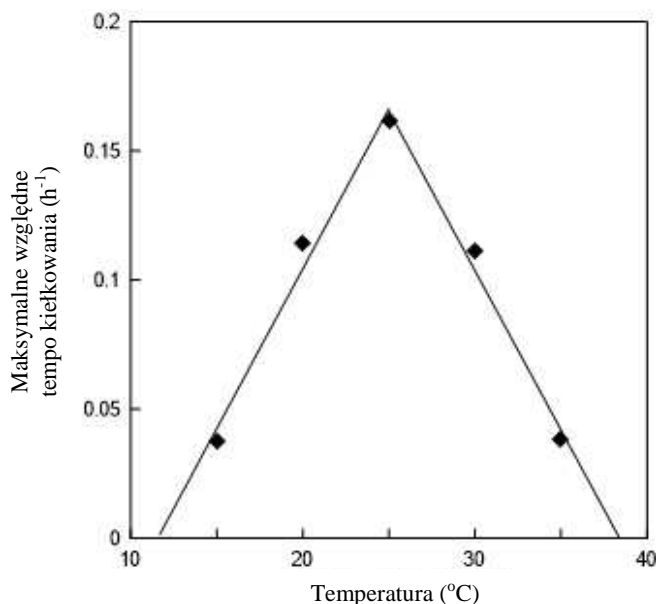
Tabela 1. Wartości parametrów y_{max} , t_p i b równania Gompertza dla nasion pomidora kiełkujących w różnych temperaturach, R^2 współczynnik determinacji dopasowania równania Gompertza oraz k maksymalne tempo kiełkowania

Table 1. The values of the Gompertz equation parameters y_{max} , t_p and b of tomato seeds germinating at different temperatures, R^2 the coefficient of determination and k the maximum germination rate

Temperatura [°C]	y_{max} [%]	t_p [h]	b [h]	R^2	k (%·h ⁻¹)
15	94,64	129,12	26,46	0,999	1,31
20	92,34	68,17	8,78	0,999	3,87
25	92,76	34,86	6,2	0,999	5,5
30	80,27	40,58	9,07	0,999	3,25
35	5,46	51,8	26,21	0,997	0,08

Wyliczone wartości parametrów równania Gompertza (tab. 1) pozwalają na szczegółową charakterystykę przebiegu kiełkowania. Parametr y_{max} odpowiada końcowej

zdolności kiełkowania, a jego wartość zależy od temperatury kiełkowania i maleje wraz z jej wzrostem. Najwyższą zdolność kiełkowania, wynoszącą ponad 94%, posiadały nasiona kiełkujące w temperaturze 15°C. Ciepłe warunki kiełkowania (20 i 25°C) powodowały nieznaczne obniżenie się zdolności kiełkowania, która istotnie, do 80%, obniżyła się w temperaturze 30°C oraz gwałtownie spadła do wartości ok. 5% w przypadku skrajnej temperatury 35°C. Kolejny parametr t_0 pozwala określić wpływ temperatury na czas kiełkowania. Zgodnie z równaniem (4), określa on czas, w którym występuje przegięcie krzywej kiełkowania, co w przypadku rozpatrywanego równania Gompertza, zgodnie z równaniem (5), odpowiada czasowi potrzebnemu do wykiełkowania 37% nasion. Widać, że czas ten zależał w sposób istotny od temperatury, początkowo malejąc dwukrotnie wraz z każdym zwiększaniem temperatury o 5°C, od ok. 129 h dla 15°C, poprzez 68 h dla 20°C, aż do ok. 35 h dla 30°C. Dalszy wzrost temperatury powodował sukcesywne wydłużenie potrzebnego czasu, do wartości ok. 41 h i 52 h, odpowiednio dla temperatur 30 i 35°C.

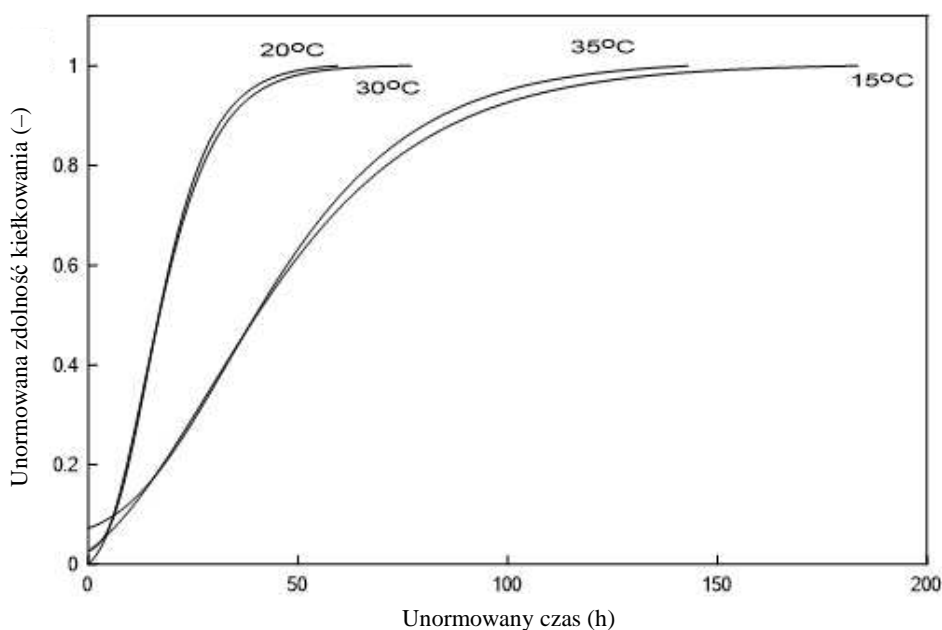


Rys. 2. Wykres maksymalnego tempa kiełkowania wyrażonego jako $1/b$, gdzie b jest parametrem kształtu równania Gompertza, dla nasion pomidorów kiełkujących w różnych temperaturach. Poprowadzone odcinki mają jedynie charakter poglądowy i nie reprezentują żadnych zależności funkcyjnych

Fig. 2. Graph of the maximum germination rate expressed as $1/b$, where b is the shape parameter of Gompertz equation for tomato seeds germinated at different temperatures. Fitted lines are for reference only and does not represent any functional dependencies

Analiza ostatniego parametru równania Gompertza pozwala na stwierdzenie innej ciekawej zależności. Wartości parametru kształtu krzywej b są w przybliżeniu takie

same dla dwóch par temperatur: 15°C i 35°C oraz 20°C i 30°C. Oznacza to, że względne kinetyki kiełkowania *per capita* w powyższych parach temperatur są do siebie podobne. Na rys. 2 przedstawiono zależność maksymalnego względnego tempa kiełkowania, wyrażonego jako $1/b$, w funkcji temperatury. Największe względne tempo kiełkowania osiągają nasiona trzymane w temperaturze 25°C, a rozkład tego tempa w pozostałych temperaturach jest względem niej prawie idealnie symetryczny. Przedstawiono to na rys. 3, gdzie krzywe kiełkowania opisane równaniem Gompertza zostały unormowane względem odpowiednich wartości y_{max} uzyskanych dla poszczególnych temperatur. By wyraźniej było widać podobieństwo, krzywe kiełkowania dla odpowiednich par temperatur (15°C i 35°C oraz 20°C i 30°C) przesunięto na osi czasu w taki sposób, aby unormowane zdolności kiełkowania pokrywały się ze sobą w wartościach równych 0,5.



Rys. 3. Unormowane krzywe kiełkowania nasion pomidorów kiełkujących w wybranych temperaturach. Krzywe kiełkowania przesunięto na osi czasu w taki sposób, aby wartości unormowanych zdolności kiełkowania równe 0,5 pokrywały się ze sobą dla par temperatur 15°C i 35°C oraz 20°C i 30°C

Fig. 3. Normalized germination curves of tomato seeds germinated at selected temperatures. Germination curves are readjust on the time axis in such a way that the normalized germination capacities for each pair of temperatures 15°C – 35°C and 20°C – 30°C overlapped each other at the values of 0.5

Na podstawie otrzymanych wartości parametrów równania Gompertza określono temperaturę 25°C jako optymalną, w której kiełkujące pomidory charakteryzują się wysoką zdolnością kiełkowania w najkrótszym czasie, co widać również na rys. 1. Za-

kres temperatur poniżej tej wartości będzie więc suboptymalnym zakresem temperatur kiełkowania, powyżej – supraoptymalnym. Potwierdzają to również wartości maksymalnej bezwzględnej tempa kiełkowania k , wyliczonej z parametrów b i y_{max} na podstawie zależności (8) przedstawione w tabeli 1. Kiełkowanie nasion w temperaturze 25°C przebiega najbardziej jednorodnie, co potwierdza fakt, że aż 5,5% wszystkich wysianych nasion tworzy korzenie zarodkowe w punkcie przegięcia krzywej Gomperta. W pozostałych temperaturach homogeniczność kiełkowania nasion nie jest aż tak wielka, i np. w temperaturze 15°C, w której osiągnięto najwyższą zdolność kiełkowania, maksymalnie jedynie 1,31% nasion kiełkuje w tym samym czasie.

WNIOSKI

1. W wyniku przeprowadzonych badań można stwierdzić, że model Gomperta bardzo dobrze nadaje się do modelowania przebiegu kiełkowania nasion w szerokim zakresie temperatur, niezależnie od tego, jaka końcowa zdolność kiełkowania jest w danej temperaturze osiągnięta.

2. Na podstawie analizy parametrów modelu stwierdzono, że optymalną temperaturą kiełkowania nasion pomidorów jest temperatura 25°C. W temperaturze tej nasiona kiełkują najszybciej, w sposób najbardziej jednorodny, osiągając bardzo wysoką końcową zdolność kiełkowania.

3. Chociaż istnieje podobieństwo przebiegu kinetyki kiełkowania w sub- i supraoptymalnym zakresie temperatur, przekraczanie temperatury optymalnej nie jest zalecane ze względu na obserwowany gwałtowny spadek końcowej zdolności kiełkowania wraz ze wzrostem temperatury.

PIŚMIENNICTWO

- Benjamin, L.R. (1982). Some effect of different times of seedling emergence, population density and seed size on root size variation in carrot populations. *J. Agricult. Sci.*, 98, 537–545.
- Berry, G.J., Cawood, R.J., Flood, R.G. (1988). Curve fitting of germination data using the Richards function. *Plant Cell Environ.*, 11, 183–188.
- Fellner, M., Sawhney, V.K. (2001). Seed germination in a tomato male-sterile mutant is resistant to osmotic, salt and low-temperature stresses. *Theoret. Appl. Gen.*, 102, 215–221.
- Finch-Savage, W.E., Phelps, K. (1993). Onion (*Allium cepa* L.) seedling emergence patterns can be explained by the influence of soil temperature and water potential on seed germination. *J. Exp. Bot.*, 44, 407–414.
- Gładyszewska, B. (1998). Ocena wpływu przedsewnej laserowej biostymulacji nasion pomidorów na proces ich kiełkowania. *Wydz. Techniki Rolniczej. AR w Lublinie (rozpr. dokt.)*.
- Hageseth, G.T., Joyner, R.D. (1975). Kinetics and thermodynamics of isothermal seed germination. *J. Theor. Biol.*, 53, 51–65.
- Hsu, F.H., Nelson, C.J., Chow, W.S. (1984). A mathematical model to utilize the logistic function in germination and seedling growth. *J. Exp. Bot.*, 35, 1629–1640.
- Mesgaran, M.B., Mashhadi, H.R., Alizadeh, H., Hunt, J., Young, K.R., Cousens, R.D. (2013). Importance of distribution function selection for hydrothermal time models of seed germination. *Weed Res.*, 53, 89–101.

- Shafii, B., Price, W.J., Swensen, J.B., Murray, G.A. (1991). Nonlinear estimation of growth curve models for germination data analysis. The Third Conference On Applied Statistics In Agriculture. Kansas State University, Manhattan, KS, 19–42.
- Shafii, B., Price, W.J. (2001). Estimation of cardinal temperatures in germination data analysis. J. Agricult. Biol. Environ. Stat., 6, 356–366.
- O'Neill, M.E., Thomson, P.C., Jacobs, B.C., Brain, P., Butler, R.C., Turner, H., Mitakda, B. (2004). Fitting and comparing seed germination models with a focus on the inverse normal distribution Austral. New Zealand J. Statist., 46, 349–366.
- Odabas, M.S., Mut, Z. (2007). Modeling the effect of temperature on percentage and duration of seed germination grain legumes and cereals Am. J. Physiol., 2, 303–310.
- Ranal, M.A., de Santana, D.G. (2006). How and why to measure the germination process? Rev. Brasil. Bot., 29, 1–11.
- Tjørve, E., Tjørve, K.M.C. (2010). A unified approach to the Richards-model family for use in growth analyses: Why we need only two model forms. J. Theor. Biol., 267, 417–425.
- van de Venter, A. (2001). What is seed vigour? J. New Seeds, 2(3), 67–72.
- Windsor, C.P. (1932). The Gompertz curve as a growth curve. Proc. Nat. Acad. Sci., 18, 1–8.

MODELING TOMATO SEED GERMINATION KINETICS WITH GOMPERTZ EQUATION

Abstract. The aim of the study was to evaluate the applicability of the Gompertz equation to describe the process of germination of tomato seeds (*Lycopersicon esculentum* cv. Promyk). Germination tests were carried out at five temperatures (15°C, 20°C, 25°C, 30°C and 35°C) under laboratory conditions. In all cases an excellent fit of the model equation to the experimental data was obtained, the worst fit ($R^2 = 0.997$) was achieved for seeds germinated at 35°C, for all other cases R^2 reached 0.999. Analysis of the parameters of Gompertz equation allowed for a detailed evaluation of kinetics of tomato seed germination.

Key words: seeds germination, tomato, temperature, mathematical modeling, Gompertz equation