

MATEMATYCZNE MODELOWANIE KSZTAŁTU PODSTAWOWYCH CZĘŚCI MORFOLOGICZNYCH OWOCU KAWY

Leszek Mieszkalski

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Streszczenie. W pracy zaproponowano metodę matematycznego modelowania owocu kawy arabica wraz z ziarnami. Opracowano parametryczne równania krzywej w układzie współrzędnych kartezjańskich, służące do opisu 12 konturów przekrojów poprzecznych modelu 3D pierwszego i drugiego ziarna kawy, które przylegają do siebie w owocu. Zewnętrzny kształt owocu kawy opisano dwiema połączonymi krzywymi Béziera, które następnie obrócono względem naturalnej osi symetrii o 360° . Na podstawie równań krzywych konturów przekrojów poprzecznych dwóch przylegających do siebie ziaren i obróconych krzywych Béziera zbudowano model 3D kształtu owocu ziarna kawy. Dokonano skalowania modelu 3D w odniesieniu do trzech podstawowych wymiarów owocu kawy (długości, szerokości, grubości). Zapisane współrzędne węzłów siatki powierzchni modelu owocu kawy wraz z ziarnami mogą być podstawą projektowania zespołów roboczych urządzeń stosowanych w przetwórstwie kawy.

Słowa kluczowe: owoc kawy, ziarna kawy, kształt, model 3D, równania parametryczne, krzywe Béziera, przekroje poprzeczne, kontury

WSTĘP

Kawa w jadłospisie konsumentów w Polsce i na świecie zajmuje ważne miejsce. Kawa działa ożywczo i pobudzająco na organizm człowieka. Owoce po zbiorze, najczęściej ręcznym, poddawane są obłuskiwaniu w celu wydzielenia ziaren z owocni. Kawa ziarnista jest mniej wrażliwa od mielonej na działanie czynników mających wpływ na pogorszenia jakości [Matyjaszczyk 1997, Ociecek 2013]. Palone ziarna kawy ze

Adres do korespondencji – Corresponding author: Leszek Mieszkalski, Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, ul. Nowoursynowska 164, 02-787 Warszawa, e-mail: mieszko@poczta.fm

względu na niską aktywność wody zalicza się do produktów stosunkowo trwałych. Obecnie w obrocie handlowym największy udział ma właśnie palone ziarno kawy.

Modele opisujące stan dynamicznej równowagi wilgotnościowej są pomocne w poszukiwaniu technologii przetwarzania owoców kawy w kierunku zapewnienia właściwości fizyko-chemicznych przydatnych do jej spożycia [Lewicki 1997, Figura i Teixeira 2007, Nicoli i Manzocco 2007, Corrêa i in. 2010 Goneli i in. 2013].

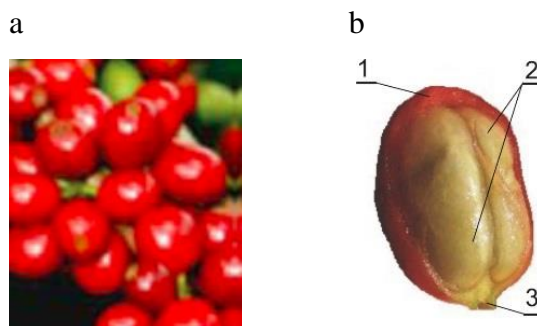
Chandrasekar i Viswanathan [1999] wyznaczyli długość i szerokość owoców kawy arabica i robusta. Długość owocu kawy arabica wynosi ok 15,6 mm, a szerokość 13,9 mm. Owoce kawy robusta mają o ok. 2 mm mniejszą długość i szerokość od kawy arabica. Kulistość owoców kawy według Bayrama [2005] wahała się od 0,0065 do 0,0094. Według Chandrasekar i Viswanathan [1999] modelem 3D kształtu owoców kawy może być elipsoida. Właściwości termiczne i fizyczne odgrywają ważną rolę w projektowaniu procesów klasyfikacji i usuwania skórki z owoców kawy [Chandrasekar i Viswanathan 1999]. Wzory matematyczne opisujące kontur ziarna kawy mogą być wykorzystane do symulacji numerycznej załadunku, obróbki cieplnej. Rekonstrukcji kształtu ziarna kawy można dokonać, wykorzystując eliptyczne deskryptory Fouriera, a ilościową zmienność kształtu kawy można opisać za pomocą promieni krzywizny [Severa 2010]. Stosowanie metody oceny i analizy kształtu obiektów biologicznych na podstawie eliptycznych deskryptorów Fouriera wymaga przetwarzania obrazu, wyznaczania konturów [Iwata i Ukai 2002, Severa i in. 2009, Hâruta 2011, Iwata i in. 2015]. Abdolalipour i in. [2016] do modelowania zarysu liści wykorzystali eliptyczne deskryptory Fouriera. Zróżnicowanie morfologiczne postaci ziarna kawy można opisać modelami ich kształtu. Cervantes i in. [2016] oraz Williams i in. [2013] twierdzą, że w badaniu różnorodności morfologicznej ziaren system przetwarzania obrazu staje się narzędziem do automatycznego określania ich wielkości i kształtu. Do ilościowej oceny kształtu stosuje się, obarczone błędem, porównanie obrazów owocu kawy do znanych figur geometrycznych, np. koła, konchoidy, okręgu, elipsy, elipsoidy itp. Grafika komputerowa [Kiciak 2000, Foley i in. 2001] dostarcza metod matematycznego modelowania kształtu [Gielis 2003, Gielis i Gerats 2004, Mieszkalski 2012a, 2012b, 2014], które pozwalają na dokładniejsze opisanie kształtu owocu kawy i jej podstawowych elementów morfologicznych, takich jak ziarna.

Celem pracy jest opracowanie matematycznego modelu kształtu owocu kawy wraz z ziarnami z wykorzystaniem równań parametrycznych i krzywych Béziera.

MATERIAŁ I METODY

Materiałem do matematycznego modelowania kształtu jest owoc kawy odmiany *Coffea arabica* L. (ryc. 1).

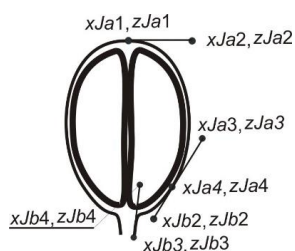
Opracowano parametryczne równania krzywej w układzie współrzędnych kartezjańskich służące do opisu 12 konturów przekrojów poprzecznych modelu 3D pierwszego i drugiego ziarna kawy, które przylegają do siebie w owocu. Kontury zostały rozmieszczone równomiernie na wymiarze długości ziarna kawy, a ich szerokości i grubości zmieniały się i rozkładały równomiernie w przedziale od wartości minimalnej do maksymalnej wymiarów szerokości i grubości ziarna.



Ryc. 1. Owoce kawy (opracowano na podstawie <http://www.ls9.it/2013/11/16/on-the-composition-of-coffee-silverskin/>); a – owoce kawy rozmieszczone na roślinie, b – budowa owocu kawy: 1 – miąższ, 2 – ziarna, 3 – łodyga

Fig. 1. Coffee fruits (developed on the basis of <http://www.ls9.it/2013/11/16/on-the-composition-of-coffee-silverskin/>); a – the fruits of coffee arranged on the plant, b – construction of a coffee fruit: 1 – pulp, 2 – coffee beans, 3 – stalk

Zewnętrzny kształt owocu kawy opisano dwiema połączonymi krzywymi Béziera (ryc. 2), które następnie obrócono względem naturalnej osi symetrii o 360° . Na podstawie równań krzywych konturów przekrojów poprzecznych dwóch przylegających do siebie ziaren i obróconych krzywych Béziera zbudowano model 3D kształtu owocu ziarna kawy. Model 3D poddano skalowaniu w odniesieniu do trzech podstawowych wymiarów owocu kawy (długości, szerokości, grubości) i w tej procedurze zawarta jest zmienność geometryczna ziaren kawy. Każdy model w wyniku procedury skalowania będzie miał taki sam wymiar długości, szerokości i grubości jak rzeczywisty obiekt ziarna i owocu kawy.



Ryc. 2. Schemat przekroju podłużnego owocu kawy i oznaczenia punktów węzłowych i kontrolnych krzywych Béziera leżących na konturze owocu

Fig. 2. Schematic longitudinal section of coffee and fruit marking nodal points and control Bézier curves lying on the contour of the fruit

PROPOZYCJA MODELU I WYNIKI

Parametryczna krzywa przekroju poprzecznego w układzie współrzędnych kartezyjskich pierwszego i drugiego ziarna kawy oraz ich modele 3D kształtu.

Parametryczna krzywa w układzie współrzędnych kartezjańskich w zapisie macierzowym opisująca kontur przekroju poprzecznego pierwszego ziarna kawy ma następującą postać:

$$Xa_{i,j} = A \cdot \left[\cos(\varphi_i + \zeta)^{f1} + b1 \cdot \cos(\varphi_i + \zeta) + \sin(\varphi_i + \zeta)^{m1} \right] \quad (1)$$

$$Ya_{i,j} = B \cdot \left[\cos(\varphi_i + \zeta)^{h1} \cdot \sin(\varphi_i + \zeta) + d1 \cdot \sin s(\varphi_i + \zeta) \right] \quad (2)$$

$$Za_{i,j} = C \quad (3)$$

Parametryczna krzywa w układzie współrzędnych kartezjańskich w zapisie macierzowym opisująca kontur przekroju poprzecznego drugiego ziarna kawy ma następującą postać:

$$Xb_{i,j} = A \cdot \left[\cos(\varphi_i + \zeta)^{f2} + b2 \cdot \cos(\varphi_i + \zeta) + \sin(\varphi_i + \zeta) \right] \quad (4)$$

$$Yb_{i,j} = B \cdot \left[\cos(\varphi_i + \zeta)^{h2} \cdot \sin(\varphi_i + \zeta) + d2 \cdot \sin s(\varphi_i + \zeta) \right] \quad (5)$$

$$Zb_{i,j} = Za_{i,j} = C \quad (6)$$

Gdzie:

$$\varphi_i = i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N} \quad (7)$$

$$j = i = 0 \dots N, N = 30 \quad (8)$$

W wektorze wierszowym 9 zapisano podstawowe wymiary (długość, szerokość, grubość) pierwszego i drugiego ziarna kawy.

$$[a1 \ b1 \ c1 \ a2 \ b2 \ c2] = [11,2 \ 8,5 \ 5 \ 11,5 \ 8,7 \ 4,9] \quad (9)$$

W wektorach wierszowych 10, 11 i w macierzach 12, 13 zapisano wartości potrzebne do wyznaczenia konturów przekrojów poprzecznych pierwszego i drugiego ziarna kawy.

$$[b1 \ d1 \ D \ E \ F \ f1 \ h1 \ m1 \ \zeta] = \left[4 \ 4 \ 5 \ 2,3 \ 2,7 \ 2 \ 2 \ 7 \ \frac{2 \cdot \pi}{3} \right] \quad (10)$$

$$[b2 \ d2 \ f2] = [0,5 \ 1,5 \ 2] \quad (11)$$

Zmianę kształtu krzywej opisującej kontur przekroju poprzecznego ziarna kawy uzyskuje się przez zmianę wartości liczb sterujących ($b1$, $b2$, D , $d1$, $d2$, ζ , $f1$, $f2$, $h1$, $h2$, $m1$).

$$\begin{bmatrix} A1 & A2 & A3 & A4 & A5 & A6 \\ A7 & A8 & A9 & A10 & A11 & A12 \\ B1 & B2 & B3 & B4 & B5 & B6 \\ B7 & B8 & B9 & B10 & B11 & B12 \\ C1 & C2 & C3 & C4 & C5 & C6 \\ C7 & C8 & C9 & C10 & C11 & C12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CC1 \cdot E & CC2 \cdot E & CC3 \cdot E & CC4 \cdot E & CC5 \cdot E & CC6 \cdot E \\ CC7 \cdot E & CC8 \cdot E & CC9 \cdot E & CC10 \cdot E & CC11 \cdot E & CC12 \cdot E \\ CC1 \cdot F & CC2 \cdot F & CC3 \cdot F & CC4 \cdot F & CC5 \cdot F & CC6 \cdot F \\ CC7 \cdot F & CC8 \cdot F & CC9 \cdot F & CC10 \cdot F & CC11 \cdot F & CC12 \cdot F \\ CC1 & 0,1 \cdot D & 0,3 \cdot D & 0,5 \cdot D & 0,7 \cdot D & D \\ 1,3 \cdot D & 1,5 \cdot D & 1,7 \cdot D & 2 \cdot D & 2,2 \cdot D & 2,201 \cdot D \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} CC1 & CC2 & CC3 & CC4 & CC5 & CC6 \\ CC7 & CC8 & CC9 & CC10 & CC11 & CC12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,001 & 0,3 & 0,65 & 0,8 & 0,95 & 1 \\ 1 & 0,95 & 0,85 & 0,6 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Do połączenia wierszami macierzy opisujących współrzędne ($Xa1, \dots, Xa12; Ya1, \dots, Ya12; Za1, \dots, Za12; Xb1, \dots, Xb12; Yb1, \dots, Yb12; Zb1, \dots, Zb12$) punktów konturów przekrojów poprzecznych pierwszego i drugiego ziarna kawy zastosowano funkcję augment, otrzymując następujące macierze Xa, Ya, Xb, Yb, Z .

$$Xa = \text{augment}(Xa1, Xa2, \dots, Xa12) \quad (14)$$

$$Ya = \text{augment}(Ya1, Ya2, \dots, Ya12) \quad (15)$$

$$Xb = \text{augment}(Xb1, Xb2, \dots, Xb12) \quad (16)$$

$$Yb = \text{augment}(Ya1, Yb2, \dots, Yb12) \quad (17)$$

$$Z = \text{augment}(Za1, Za2, \dots, Za12) \quad (18)$$

Model 3D dopiero po skalowaniu może reprezentować dowolne ziarna kawy pod względem kształtu i ich podstawowych wymiarów. Wzory do skalowania macierzy 19, do 24 zamieszczono niżej:

$$Xka = \left(\frac{c1}{\max(Xa) - \min(Xa)} \right) \cdot Xa \quad (19)$$

$$Yka = \left(\frac{b1}{\max(Ya) - \min(Ya)} \right) \cdot Ya \quad (20)$$

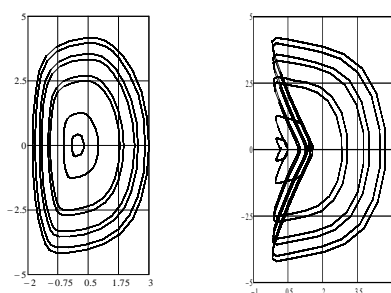
$$Zka = \left(\frac{a1}{\max(Z) - \min(Z)} \right) \cdot Z \quad (21)$$

$$Xkb = \left(\frac{c2}{\max(Xb) - \min(Xb)} \right) \cdot Xb \quad (22)$$

$$Y_{kb} = \left(\frac{b2}{\max(Yb) - \min(Yb)} \right) \cdot Yb \quad (23)$$

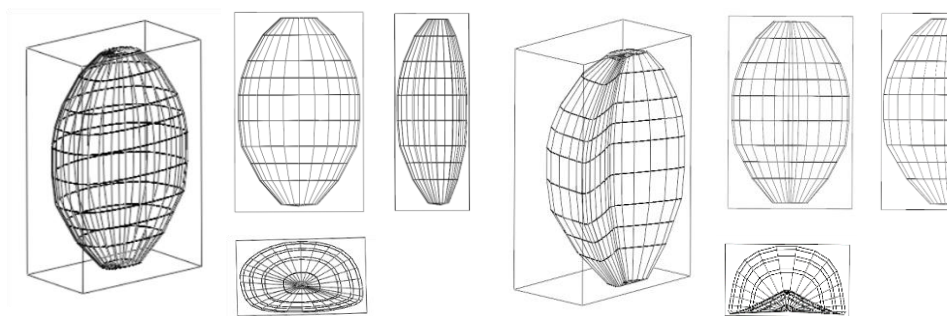
$$Z_{kb} = \left(\frac{a2}{\max(Z) - \min(Z)} \right) \cdot Z \quad (24)$$

Na rycinie 3 zamieszczono wykresy konturów przekrojów poprzecznych modeli kształtu pierwszego i drugiego ziarna kawy w owocu. Rycina 4 przedstawia wykresy modeli 3D kształtu pierwszego i drugiego ziarna kawy w owocu.



Ryc. 3. Kontury przekrojów poprzecznych modeli kształtu pierwszego i drugiego ziarna kawy w owocu

Fig. 3. The contours of the cross-sectional shape of the models of the first and second coffee beans of fruit



Ryc. 4. Modele 3D kształtu pierwszego i drugiego ziarna kawy i ich rzuty

Fig. 4. 3D models of particle shape of the first and second coffee beans and plans

Model kształtu bryły owocu kawy reprezentowany krzywymi Béziera. Macierzowe równania współrzędnych x_{aJ} , z_{aJ} punktów pierwszej krzywej Béziera dla owocu kawy mają następującą postać:

$$xaJ_{t1} = xJa1 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + xJa2 \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + xJa3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + xJa4 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \quad (25)$$

$$zaJ_{t1} = zJa1 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + zJa2 \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + zJa3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + zJa4 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \quad (26)$$

Macierzowe równania współrzędnych xbJ , zJ punktów drugiej krzywej Béziera, owocu kawy zamieszczono niżej:

$$xbJ_t = xJa4 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + xJb2 \cdot 3 \cdot \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + xJb3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + xJb4 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \quad (27)$$

$$zJ_t = zJa4 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + zJb2 \cdot 3 \cdot \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + zJb3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + zJb4 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \quad (28)$$

Współrzędne punktów węzłowych i kontrolnych, występujących w równaniach 25, 26, 27, 28, dla pierwszych i drugich krzywych Béziera owocu kawy są zapisane w macierzy 29:

$$\begin{bmatrix} xJa1 & zJa1 \\ xJa2 & zJa2 \\ xJa3 & zJa3 \\ xJa4 & zJa4 \\ xJb2 & zJb2 \\ xJb3 & zJb3 \\ xJb4 & zJb4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 12,5 \\ 4,8 & 12,51 \\ 5,6 & 5,1 \\ 3,3 & 1,5 \\ 0,9 & -2,1 \\ 0,7 & 0,8 \\ 0,4 & -2,2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

W wektorze 30 podano liczbę południków i równoleżników w modelu 3D opisującym kształt owocu kawy w odniesieniu do pojedynczej krzywej Béziera i zmienne zakresowe:

$$\begin{bmatrix} N \\ t \\ j \\ t1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0..N \\ 0..N \\ 0..N-1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

W celu uzyskania bryły obrotowej reprezentującej owoc kawy należy dokonać obrotu pierwszej krzywej Béziera (równania 31), a następnie drugiej krzywej Béziera (równania 32):

$$XA_{t1, j} = xaJ_{t1} \cdot \sin(\phi_j), YA_{t1, j} = xaJ_{t1} \cdot \cos(\phi_j), ZA_{t1, j} = zaJ_{t1} \quad (31)$$

$$XB_{t, j} = xbJ_t \cdot \sin(\phi_j), YB_{t, j} = xbJ_t \cdot \cos(\phi_j), ZB_{t, j} = zbJ_t \quad (32)$$

gdzie:

$$\phi_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{N} \quad (33)$$

Uzyskane z obrotu krzywych Béziera macierze należy połączyć kolumnami, stosując procedurę *stack*:

$$XJx := \text{stack}(XA, XB), YJy := \text{stack}(YA, YB), ZJz := \text{stack}(ZA, ZB) \quad (34)$$

W celu uzyskania zadanych wymiarów (aJ , bJ , cJ) modelu owocu kawy należy dokonać skalowania równań 34. Wyskalowane macierzowe równania współrzędnych XJ , YJ , ZJ punktów węzłowych siatki powierzchni opisującej kształt owocu kawy mają następującą postać:

$$XJ = \frac{bJ}{\max(XJx) - \min(XJx)} \cdot XJx - 0,2 \quad (35)$$

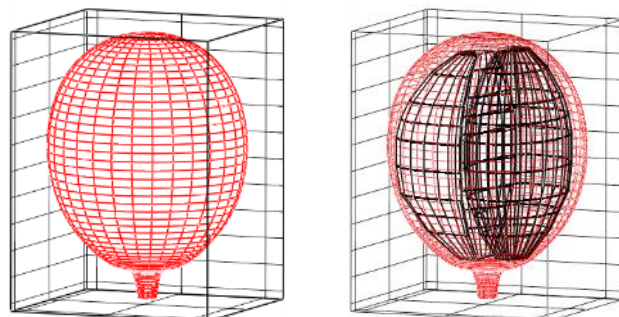
$$YJ = \frac{cJ}{\max(YJy) - \min(YJy)} \cdot YJy \quad (36)$$

$$ZJ = \frac{aJ}{\max(ZJz) - \min(ZJz)} \cdot ZJz \quad (37)$$

gdzie:

$$[aJ \quad bJ \quad cJ] = [14,6 \quad 11 \quad 10,4] \quad (38)$$

Na rycinie 5 zamieszczono wykresy modeli 3D zewnętrznego kształtu owocu kawy i kształtu owocu kawy wraz z ziarnami.



Ryc. 5. Model 3D zewnętrznego kształtu owocu kawy i kształtu owocu kawy wraz z ziarnami
Fig. 5. The 3D model of the outer shape of the coffee fruit and coffee fruit shape with grains

WNIOSKI

1. Proponowany model matematyczny może służyć do trójwymiarowego opisu kształtu owocu kawy wraz z ziarnami, zachowując takie same wymiary długości, szerokości i grubości jak rzeczywisty obiekt kawy.

2. Pomiar trzech podstawowych wymiarów (długość, szerokość, grubość) owocu i ziaren kawy wystarczy do opisu proponowanym modelem matematycznym kształtu zewnętrznej powierzchni owocu i zewnętrznej powierzchni przylegających do siebie ziaren kawy.

3. W proponowanym modelu matematycznym można zmieniać wartości podstawowych wymiarów owocu i ziaren kawy, wartości współrzędnych punktów węzłowych i kontrolnych krzywych Béziera, co pozwala na wygenerowanie dowolnych (w ramach gatunku) pod względem kształtu brył podobnych do owocu kawy, a także wartości liczb sterujących parametrycznych krzywych zmieniających kształt pierwszego i drugiego ziarna kawy.

PIŚMIENNICTWO

- Abdolalipour, M., Nahandi, F.Z., Dadpour, M.R., Sadighzadeh, Z. (2016). Identification of some citrus genotypes using leaf shape analysis based on elliptical Fourier descriptors. *Biol. Forum Int. J.*, 8(1), 226–232.
- Bayram, M. (2005). Determination of the sphericity of granular food materials. *J. Food Eng.*, 68, 385–390.
- Cervantes, E., Martín, J.J., Saadaoui, E. (2016). Updated methods for seed shape analysis. *Scientifica*, 2016, 1–10, <http://dx.doi.org/10.1155/2016/5691825>.
- Chandrasekar, V., Viswanathan, R. (1999). Physical and thermal properties of coffee. *J. Agric. Eng. Res.*, 73, 227–234.

- Corrêa, P.C., Goneli, A.L.D., Júnior, P.C.A., de Oliveira, G.H.H., Valente, D.S.M. (2010). Moisture sorption isotherms and isosteric heat of sorption of coffee in different processing levels. *IJFST*, 45, 2016–2022. DOI: 10.1111/j.1365-2621.2010.02373.x.
- Corrêa, P.C., Resende, O., Garin, S.A., Jaren, C., de Oliveira, G.H.H. (2011). Mathematical models to describe the volumetric shrinkage rate of red beans during drying. *Eng. Agric.*, 31(4), 716–726, <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-69162011000400010>.
- Figura, L.O., Teixeira, A.A. (2007). *Food physics. Physical properties – measurement and applications*. Springer – Verlag, Berlin–Heidelberg–New York.
- Foley, J.D., van Dam, A., Feiner, S.K., Hughes, J.F., Phillips, R.L. (2001). *Wprowadzenie do grafiki komputerowej*. WNT, Warszawa.
- Gielis, J. (2003). A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural, and abstract shapes. *Am. J. Bot.*, 90(3), 333–338.
- Gielis, J., Gerats, T. (2004). *A botanical perspective on modeling plants and plant shapes in computer graphics*. International Conference on Computer, Communication and Control Technologies. Austin, Texas.
- Goneli, A.L.D., Corrêa, P.C., de Oliveira, G.H.H., Júnior, P.C.A. (2013). Water sorption properties of coffee fruits, pulped and green coffee. *LWT – Food Sci. Technol.*, 50, 386–391. DOI: 10.1016/j.lwt.2012.09.006.
- Hâruta, O. (2011). Elliptic Fourier analysis of crown shapes in *Quercus petraea* trees. *Ann. For. Res.*, 54(1), 99–117.
- Iwata, H., Ukai, Y. (2002). SHAPE: A computer program package for quantitative evaluation of biological shapes based on elliptic Fourier descriptors. *J. Heredity*, 93, 384–385.
- Iwata, H., Ebana, K., Uga, Y., Hayashi, T. (2015). Genomic prediction of biological shape: elliptic Fourier analysis and Kernel partial least squares (PLS) regression applied to grain shape prediction in rice (*Oryza sativa* L.). *PLoS One* 2015, 1–17. DOI:10.1371/journal.pone.0120610.
- Kiciak, P. (2000). *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej*. WNT, Warszawa.
- Lewicki, P.P. (1997). The applicability of the GAB model to food water sorption isotherms. *IJFST*, 32, 553–557. DOI: 10.1111/j.1365-2621.1997.tb02131.x.
- Matyjaszczyk, E. (1997). Zmiany jakości kawy palonej. *Przem. Spoż.*, 9, 40–41.
- Mieszkalski, L. (2012a). A mathematical model for the garlic (*Allium sativum*) bulb solid shape represented by parametric surface. *Ann. Wars. Univ. Life Sci. – SGGW, Agriculture*, 59, 71–76.
- Mieszkalski, L. (2012b). A mathematical model for the garlic (*Allium sativum*) bulb solid shape expressed with space curve. *Ann. Wars. Univ. Life Sci. – SGGW, Agriculture*, 59, 77–82.
- Mieszkalski, L. (2014). Matematyczny model kształtu nasion bobiku i jego podstawowych części morfologicznych. *Post. Tech. Przetw. Spoż.*, 24–44, 34–40.
- Nicoli, M., Manzocco, L. (2007). Modeling the effect of water activity and storage temperature on chemical stability of coffee brew. *J. Agric. Food Chem.*, 55, 6521–6526. DOI: 10.1021/jf070166k.
- Ocieczek, A. (2013). Wpływ stopnia rozdrobnienia kawy palonej na jej właściwości higroskopijne. *Inż. Ap. Chem.*, 52(2), 78–80.
- Severa, L. (2010). Different approaches for coffee bean shape and contour determination. *J. Food Phys.*, 23, 33–40.
- Severa, L., Havlíček, M., Nedomová, Š., Buchar, J. (2009). Quantification of peach stone shape variability by means of image analysis. *J. Food Phys.*, 22, 25–31.

Williams, K., Munkvold, J., Sorrells, M. (2013). Comparison of digital image analysis using elliptic Fourier descriptors and major dimensions to phenotype seed shape in hexaploid wheat (*Triticum aestivum* L.). *Euphytica*, 190, 99–116.

MATHEMATICAL MODELING OF THE SHAPE OF BASIC MORPHOLOGICAL ELEMENTS OF COFFEE FRUIT

Abstract. The study proposes a method of mathematical modeling of the fruit of Arabica coffee beans and grains. A parametric curve equation was developed in the Cartesian coordinate system to describe 12 the cross-section contours of the 3D model of the first and second coffee beans that are adjacent to each other in the fruit. The external shape of the fruit of coffee described two connected Bézier curves, which are then rotated relative to the natural axis of symmetry about of 360° . Basing on the equation contours curves of cross-sections of two grains adjacent to each other and rotated Bézier curvers, a model of the 3D shape of the coffee beans of the fruit was built. The 3D model was scaled in relation to the three basic dimensions of the coffee fruit (length, width, thickness). The saved node coordinates of the grid surface of the fruit model with coffee grains can be the basis to design the equipment units used in the processing of coffee.

Key words: coffee fruit, coffee beans, design, 3D model, parametric equations, Bézier curves, cross-sections, contours